УДК: 517.518

ОДНО ИЗ ВОЗМОЖНЫХ ДОКАЗАТЕЛЬСТВ ВЕЛИКОЙ ТЕОРЕМЫ ФЕРМА

Кузнецов В.И.

ФГБОУ ВО «Омский государственный технический университет», Омск,

e-mail:info@omgtu.ru

Приведено оригинальное доказательство Великой теоремы Ферма. Приведены закономерности: цикличность изменения последней цифры любого числа и цикличность изменения последней цифры числа в произвольной степени, благодаря которым появилась возможность экстраполировать результаты расчетов чисел в небольших степенях на бесконечно большие числа и степени. Показано, что идет повторяемость последнего числа степени через четыре степени. Последняя цифра любого числа в первой степени может иметь от одного до четырех значений при возведении этого числа в степень от нуля до бесконечности. Рассмотрены произвольные степени различных чисел. Для анализа взяты только те числа, у которых последняя цифра числа a^n равна последней цифре суммы $(b^n + c^n)$. Из анализа первых пяти таблиц найдены числа с такими последними цифрами, которые дают минимальное значение разности между числом a^n и суммой чисел $(b^n + c^n)$. Причем последние цифры числа a^n и суммы чисел $(b^n + c^n)$ равны между собой. Определено, что минимальная разность $|\delta_{min}|$ между числом a^n и суммой чисел $(b^n + c^n)$ стремится к бесконечности при увеличении до бесконечности числа a и степени n, т.е.$|\delta_{min}| \to \infty$ при $a \to \infty$ и $n \to \infty$ и, следовательно, не может быть равенства между числом a^n и суммой чисел $(b^n + c^n)$ при степени $n \geq 3$.

Ключевые слова: последняя цифра любого числа, последняя цифра числа, возведенного в произвольную степень, цикличность последней цифры числа в первой и любой другой произвольной степени.

ONE POSSIBLE PROOF OF FERMAT'S LAST THEOREM

Kuznetsov V.I.

Omsk state technical University, Omsk, e-mail:info@omgtu.ru

An original proof of Fermat's Great Theorem is given. Shows two patterns: the cyclical changes in the last digit of the number in any degree by which it became possible to extrapolate the results of calculations to a small extent by an infinitely large number and degree.Calculation of numbers in rebolshih degrees on an infinite number of degrees and. It is shown that there is a repeatability of the last number of degree through four degrees. The last digit of any number in the first degree can have from one to four values in the construction of this number in any degree from zero to infinity Arbitrary degrees of different numbers are considered Analysed onlythose numbers whose last digit of number a^n egual the last digit of the sum $(b^n + c^n)$. From the analisis of the finst tables, we find the numbers wint such last digits, which give the minimum valuc of the difference between the number $a^n$and the sum $(b^n + c^n)$. Moreover, the last digits of the number a^n and the sum of the numbers $(b^c + c^n)$ are egual to each other. It is determined that the minimum difference $|\delta_{min}|$ between the number a^n and the sum of the numbers $(b^n + c^n)$tends to infinity as the number a increases and the degree , i.e. $|\delta_{min}| \to \infty$ ata $a \to \infty$ and $n \to \infty$ and, therefore, the re can be no eguality between the number a and the sum of numbers $(b^n + c^n)$ at a degree $n \geq 3$.

Keywords: the last digit of any number raised to an arbitrary degree of cyclicity last digits in the first and any otner arbitrary degree

Введение

Великая теорема Ферма – одна из самых популярных теорем математики. Её условие формулируется просто, на «школьном» арифметическом уровне, однако доказательство теоремы искали многие математики более трехсот лет. Доказана в 1995 году Эндрю Уайлсом.

В общем виде теорема была сформулирована Пьером Ферма в 1637 году на полях «Арифметики» Диофанта. Теорему он записал с припиской, что найденное им остроумное доказательство этой теоремы слишком длинно, чтобы его можно было поместить на полях книги.

Над полным доказательством Великой теоремы работало немало выдающихся математиков и множество дилетантов-любителей; считается, что теорема стоит на первом месте по количеству некорректных «доказательств».

Последний важный шаг в доказательстве теоремы был сделан Уайлсом в сентябре 1994г. Его 130 страничное доказательство было опубликовано в журнале «Annals of Mathematics»в 1995г.

В предлагаемой работе сделана попытка упростить доказательство Великой теоремы Ферма.

Постановка задачи

Теорема утверждает, что для любого натурального числа $n > 2$ уравнение

$$a^n = b^n + c^n \tag{1}$$

не имеет решений в целых ненулевых числах a, b, c. Встречается более узкий вариант формулировки, утверждающий, что это уравнение не имеет натуральных решений. Доказательство теоремы искали многие математики более трехсот лет [1,2]. О трехвековом вызове математики и самой сложной задаче в мире писали Виолант-и-Хольц, Альберт и Альварес Л.Ф. [3,4]. Окончательно Великая теорема Ферма доказана в 1995 году Эндрю Уайлсом (Wiles Andrew) и Ричардом Тейлором (Tayler Richard) [5,6].

В данной работе сделана попытка упростить доказательство.

Доказательство.

Число n может изменяться в пределах от 3 до бесконечности. Числа a, b, c также могут изменяться в пределах от единицы до бесконечности.

Чтобы доказательство было наглядным должна быть найдена цикличность. Если для цикла с небольшими значениями чисел a, b, c и степеней n будет доказано, что уравнение(1) не имеет решений в целых ненулевых числах, то и для циклов, уходящих на бесконечность, будет распространяться это доказательство.

Любое число заканчивается цифрой, имеющей значение от нуля до девяти. При возведении числа в любую степень последняя цифра этой степени определяется последней цифрой числа. В таблице 1 показано как меняется последняя цифра числа при возведении его в степень от $n = 1$ до $n = 12$.

Последняя цифра числа при возведении его в степень

Таблица 1

a	n степень												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12 ∞	∞ …
…1	…1	…1	…1	…1	…1	…1	…1	…1	…1	…1	…1	…1	…
…2	…2	…4	…8	…6	…2	…4	…8	…6	…2	…4	…8	…6	…
…3	…3	…9	…7	…1	…3	…9	…7	…1	…3	…9	…7	…1	…
…4	…4	…6	…4	…6	…4	…6	…4	…6	…4	…6	…4	…6	…
…5	…5	…5	…5	…5	…5	…5	…5	…5	…5	…5	…5	…5	…
…6	…6	…6	…6	…6	…6	…6	…6	…6	…6	…6	…6	…6	…
…7	…7	…9	…3	…1	…7	…9	…3	…1	…7	…9	…3	…1	…
…8	…8	…4	…2	…6	…8	…4	…2	…6	…8	…4	…2	…6	…
…9	…9	…1	…9	…1	…9	…1	…9	…1	…9	…1	…9	…1	…
…0	…0	…0	…0	…0	…0	…0	…0	…0	…0	…0	…0	…0	…

Из таб.1 видно, что идет повторяемость последнего числа степени через четыре степени, т.е. (1,5,9,13,17…∞); (2,6,10,14…∞); (3,7,11,15…∞); (4,8,12,16…∞).

Таким образом, последняя цифра любого числа в произвольной степени a^n может быть представлена в четырех видах (табл.1);

- $a^n = f[(n_1 = 1 + 4m;$ где $m = 1.0 \ldots \infty)]$;

- $a^n = f[(n_2 = 2 + 4m;$ где $m = 1.0 \ldots \infty)]$;

- $a^n = f[(n_3 = 3 + 4m;$ где $m = 0 \ldots \infty)]$;

- $a^n = f[(n_4 = 4 + 4m;$ где $m = 0 \ldots \infty)]$;

Например: $n = 217$, тогда $n_i = \frac{n}{4} = \frac{217}{4} = 54 + \frac{1}{4} => n_1 = 1 + 4m$,

$n = 218$, тогда $n_i = \frac{n}{4} = \frac{218}{4} = 54 + \frac{2}{4} => n_1 = 2 + 4m$; и т.д.

найдено две цикличности:

- последняя цифра любого числа $\underline{\dot{a}}(\underline{\ldots a})$ меняется в пределах от нуля до девяти;

- найдена цикличность изменения последней цифры числа $\underline{\grave{a}}$ при возведении его в произвольную степень n $\left(\underline{\ldots a^n}\right)$(она повторяется через каждую четвертую степень), т.е.

$a^{n_i} = f(i, m)$,

где $n_i = i + 4m, i = 1 \ldots 4, m = 0 \ldots \infty$.

Рассматриваются произвольные степени различных чисел. Для анализа берутся только те числа, у которых последняя цифра числа a^n равна последней цифре суммы $\left(b^n + c^n\right)$.

При составлении таблицы последняя цифра числа $\underline{c}$ берется максимально возможной, а число $\underline{b}$ берется таким, чтобы последняя цифра суммы последних цифр чисел $\underline{b}^{1+4m}$и $\underline{c}^{1+4m}$ была равна последней цифре числа $\underline{a}^{1+4m}$.

В таблицах 2÷5 рассматривались только те числа, в которых последняя цифра числа a^n совпадает с последней цифрой суммы чисел $(b^n + c^n)$.

Как видно из таблиц 2÷5 в каждой из степеней $n^{i+4} (i = 1 \div 4)$ имеется несколько значений чисел, где последняя цифра разности $\underline{\delta}$ равна нулю.

В таблицу 6 внесены только те значения чисел a^n и $(b^n + c^n)$, в которых их разность δ имеет минимальное значение $|\delta_{min}| > 0$.

Проводится анализ результатов расчетов, приведенных в таблицах 2÷ 6.

1.Рассматривается степень n_1= 1+4m и числа a^{1+4m}, b^{1+4m}, c^{1+4m}, где $a > c \geq b,\ m = 1 \ldots \infty$. Числа a, b, c берутся в соответствии с таблицей 6, чтобы последняя цифра числа a^{1+4m} была равна последней цифре суммы чисел $(b^{1+4m} + c^{1+4m})$. Все остальные числа будут иметь разность $\delta > |\delta_{min}|$или последние цифры числа a^{1+4m} и суммы чисел$(b^{1+4m} + c^{1+4m})$ будут отличаться.

$$a^{1+4m} = b^{1+4m} + c^{1+4m} \tag{2}$$

Уравнение (2) представляется в виде

$$aa^{4m} = bb^{4m} + cc^{4m} \tag{3}$$

В правой части уравнения (3) величина c^{4m}выносится за скобки

$$aa^{4m} = c^{4m} \left(\frac{b^{4m}}{c^{4m}} b + c\right). \tag{4}$$

В уравнении (4) величина $a > \left(\frac{b^{4m}}{c^{4m}}b + c\right)$, а величина a^{4m} больше $c^{4m}(a^{4m} > c^{4m})$, т.к. $a > c$.

Следовательно, $aa^{4m} > c^{4m}\left(\frac{b^{4m}}{c^{4m}}b + c\right)$ и их разность $|\delta_{min}| = a^{1+4m} - (b^{1+4m} + c^{1+4m}) > 0$.

Таким образом, при $a > c \geq b, m = 1 \dots \infty$ и уравнение (2)можно записать в виде

$$a^{1+4m} \neq b^{1+4m} + c^{1+m}. \tag{5}$$

2. Рассматривается степень n_2 =2+4m, а также числа a^{2+4m}, b^{2+4m}, c^{2+4m},

$(a > c \geq b,\ m = 1 \dots \infty)$. Числа a, b, c берутся в соответствии с таблицей 6 для n_2 =2+4m,

чтобы последняя цифра числа a^{2+4m} была равна последней цифре суммы чисел $(b^{2+4m} + c^{2+4m})$. Всеостальные числа будут иметь разность $|\delta| > |\delta_{min}|$или последние цифры числа a^{2+4m}и суммы чисел $(b^{2+4m} + c^{2+4m})$ будут отличаться.

a^{2+4m}=b^{2+4m}+c^{2+4m}(6)

Уравнение (6) представляется в виде

$$a^2a^{4m}=b^2b^{4m}+c^2c^{4m} \tag{7}$$

В правой части уравнения (7) величина c^{4m} выносится за скобки.

$$a^2a^{4m} = c^{4m}\left(\frac{b^{4m}}{c^{4m}}b^2 + c^2\right). \tag{8}$$

В уравнении (8) величина $a^2 > \left(\frac{b^{4m}}{c^{4m}}b^2 + c^2\right)$, а величина $a^{4m} > c^{4m}$, т.к. $a > c$.

Следовательно, $a^2a^{4m} > c^{4m}\left(\frac{b^{4m}}{c^{4m}}b^2 + c^2\right)$ и их разность $|\delta_{min}|$=a^{2+4m}-$(b^{2+4m} + c^{2+4m}) > 0$.

Таким образом, при $a > c \geq b,\ m = 1 \dots \infty$ и уравнение (6) можно записать в виде

$$a^{2+4m} \neq b^{2+4m} + c^{2+4m} \tag{9}$$

3. Рассматриваемая степень n_3=3+4m, а также числа a^{3+4m}, b^{3+4m}, c^{3+4m}

$(a > c \geq b; m = 0 \dots \infty; a = 1 \dots \infty, b = 1 \dots \infty, c = 1 \dots \infty)$.

Числа a, b, c берутся в соответствии с таблицей 6 для степени n_3=3+4m, чтобы последняя цифра числа a^{3+4m}была равна последней цифре суммы чисел $(b^{3+4m} + c^{3+4m})$. Все остальные числа будут иметь разность $|\delta| > |\delta_{min}|$ или последние цифры числа a^{3+4m}и суммы чисел $(b^{3+4m} + c^{3+4m})$ будут отличаться.

$$a^{3+4m}=b^{3+4m}+c^{3+4m} \quad (10)$$

Уравнение (10) представляется в виде $a^3 a^{4m}=b^3 b^{4m}+c^3 c^{4m}$ (11)

В правой части уравнения (11) величина c^{4m} выносится за скобки

$$a^3 a^{4m} = c^{4m}\left(\frac{b^{4m}}{c^{4m}} b^3 + c^3\right) \quad (12)$$

В уравнении (12) в соответствии с таблицей 6 величина $a^3 > \left(\frac{b^{4m}}{c^{4m}} b^3 + c^3\right)$, а величина $a^{4m} > c^{4m}$, т.к. $a > c$.

Следовательно,$a^3 a^{4m} > c^{4m}\left(\frac{b^{4m}}{c^{4m}} b^3 + c^3\right)$ и их разность $|\delta_{min}|$=a^{3+4m}-$(b^{3+4m} + c^{3+4m})$

Таким образом, при $a > c \geq b,\ m = 0 \dots \infty$ и уравнение (10) можно записать в виде

$$a^{3+4m} \neq b^{3+4m} + c^{3+4m} \quad (13)$$

4. Рассматривается степень n_4= 4+4m,а также числа a^{4+4m}, b^{4+4m}, c^{4+4m}

$(a > c \geq b; m = 0 \dots \infty; a = 1 \dots \infty, b = 1 \dots \infty, c = 1 \dots \infty)$.

Числа a, b, c берутся в соответствии с таблицей 6 для степени n_4=4+4m, чтобы последняя цифра числа a^{4+4m}была равна последней цифре суммы чисел $(b^{4+4m} + c^{4+4m})$. Все остальные числа будут иметь разность $|\delta| > |\delta_{min}|$или последние цифры числа a^{4+4m}и суммы чисел $(b^{4+4m} + c^{4+4m})$ будут отличаться.

$$a^{4+4m}=b^{4+4m}+c^{4+4m} \quad (14)$$

Уравнение (14) представляется в виде $a^4 a^{4m}=b^4 b^{4m}+c^4 c^{4m}$ (15)

В правой части уравнения (15) величина c^{4m} выносится за скобки

$$a^4 a^{4m} = c^{4m}\left(\frac{b^{4m}}{c^{4m}} b^4 + c^4\right) \quad (16)$$

В уравнении (16) в соответствии с таблицей 6 величина $a^4 > \left(\frac{b^{4m}}{c^{4m}} b^4 + c^4\right)$, а величина $a^{4m} > c^{4m}$, т.к. $a > c$.

Следовательно,$a^4 a^{4m} > c^{4m}\left(\frac{b^{4m}}{c^{4m}} b^4 + c^4\right)$ и их разность $|\delta_{min}|$=a^{4+4m}-(b^{4+4m} + c^{4+4m}) > 0.

Таким образом, при $a > c \geq b,\ m = 0 \ldots \infty$ и уравнение (14) можно записать в виде

$$a^{4+4m} \neq b^{4+4m} + c^{4+4m} \qquad (14)$$

Как видно из таблиц $1 \div 6$ любая степень $n = 1 \ldots \infty$ может быть выражена через четыре степени n_1= 1+4m; n_2= 2+4m; n_3= 3+4m; n_4= 4+4m, где $m = 0 \ldots \infty$.

Число a^n может быть равно сумме чисел $(b^n + c^n)$ только при $n \leq 2$. При $n = 3 \ldots \infty$ не может быть равенства чисел a^n и $(b^n + c^n)$, т. е. $a^n \neq b^n + c^n$ при $n = 3 \ldots \infty$.

Таким образом, при любых значениях чисел a=1…∞, $b = 1 \ldots \infty$, $c = 1 \ldots \infty$ и степени $n = 3 \ldots \infty$ не может быть равенства между a^n и суммой $(b^n + c^n)$, т.е. $a^n \neq b^n$+c^n. (15)

Великая теорема Ферма доказана.

Заключение

Любое число заканчивается цифрой, имеющей значение от нуля до девяти. Найдена цикличность изменения последней цифры числа a при его возведении в произвольную степень n. Показано, что последняя цифра числа $\underline{a}$ будет одна и та же через каждую четвертую степень. Таким образом, идет повторяемость последней цифры степени через каждые четыре степени. Одни и те же цифры будут у степеней $n_i(1; 5; 9; 13; 17; \ldots; \infty)$; $(2; 6; 10{:}\ 14; \ldots; \infty)$; $(3; 7; 11; 15; \ldots \infty)$; $(4; 8; 12; 16; \ldots \infty)$.

Любая степень числа $\underline{a}$может быть выражена одной из четырех значений

$n \to n_i$=i+4m, где $i = 1 \div 4,\ 0 \leq m \leq \infty$.

На базе анализа таблиц $1 \div 5$ составлена обобщенная таблица 6. Эта таблица дает минимальное значение $|\delta_{min}|$, т.е. разность чисел a^{n_i} и $(b^{n_i} + c^{n_i})$ при возведении их в любую степень n_i. Анализ значений величин в таблице 6 показал, что увеличение степени при постоянном значении числа $\underline{a}$ или увеличение числа $\underline{a}$ при постоянной степени n_i приводит к росту $|\delta_{min}|$. Таким образом, получено, что при $a \to \infty$ и $n_i \to \infty$, минимальная разность числа a^{n_i} и суммы $(b^{n_i}+c^{n_i})$стремится к бесконечности; т.е. $|\delta_{min}|\to\infty$. Следовательно, $a_n\neq(b^n+c^n)$при $3\leq n\leq\infty$. Великая теорема Ферма доказана.

Степень $n_1=1+4m, a^{1+4m}=b^{1+4m}+c^{1+4m}$,

где $a>c\geq b; m=1; |\delta|\geq|\delta_{min}|$=$|a^{1+4m}-(b^{1+4m}+c^{1+4m})|$

Таблица 2

Число a,b,c	ПЦЧ a,b,c	ПЦС a,b,c	a^{1+4m} b^{1+4m} c^{1+4m}	$b^{1+4m}+c^{1+4m}$	$\|\delta\|$=$\|a^{1+4m}-(b^{1+4m}+c^{1+4m})\|$	$\|\delta_{min}\|$
…1	1	1	1	2^5+9^5=32+59049=59081 3^5+8^5=243+32768=33011 4^5+7^5=1024+16807=17831 5^5+6^5=3125+7776=10901 1^5+10^5=1+10^5=10001	1-59081=-59080 1-33011=-33010 1-17831=-17830 1-10901=-10900 1-10001=-10000	100000
…2	2	2	32	1^5+1^5=1+1=2 2^5+10^5=1+100000=100032 3^5+9^5=243+59049=59282 4^5+8^5=1024+32768=33792 5^5+7^5=3125+16807=19932 6^5+6^5=7776+7776=15552	32-2=30 32-100032=-100000 32-59282=-59250 32-33792=-33760 32-19-32=-19900 32-15552=-15520	3
…3	3	3	243	1^5+2^5=1+32+33 3^5+10^5=243+10^5=100243 4^5+9^5=1024+59049=60073 5^5+8^5=3125+32768=35893 6^5+7^5=7776+16807=24583	243-33=210 243-100243=-100000 243-60073=-59830 243-35893=-35650 243-24583=-24340	210
…4	4	4	1024	1^5+3^5=1+243=244 5^5+9^5=3125+59049=62174 6^5+8^5=7776+32768=40544 $7^{5+}+7^5$=2·16807=33614	1024-244=780 1024-62174=-61150 1024-40544=-39520 1024-33614=-32590	780
…5	5	5	3125	1^5+4^5=1+1024=1025 2^5+3^5=32+243=275 6^5+9^5=7776+59049=66825 7^5+8^5=16807+32768=49575	3125-1025=2100 3125-275=2850 3125-66825=-62700 3125-49575=-46450	2100
…6	6	6	7776	1^5+5^5=1+3125=3126 2^5+4^5=32+1024=1056 7^5+9^5=16807+59049=75856 3^5+3^5=243+243=486 8^5+8^5=32768·2=65536	7776-3126=4650 7776-1056=6720 7776-7585-68080 7776-486=7690 7776-65536=-57760	4650
…7	7	7	16807	1^5+6^5=1+7776=7777 2^5+5^5=32+3125=3157 3^5+4^5=243+1024=1267 8^5+9^5=32768+59049=91817	16807-7777=9030 16807-3157=13650 16807-1267=15540 16807-91817=-75010	9030
…8	8	8	32768	1^5+7^5=1+16807=16808 2^5+6^5=32+7776=7808 3^5+5^5=243+3125=3368 4^5+4^5=1024+1024=2048	32768-16808=15960 32768-7808=24960 32768-3368=29400 32768-2048=30720	15960
….9	9	9	59049	1^5+8^5=1++32768=32769 2^5+7^5=32+16807=16839 3^5+6^5=243+7776=8019 4^5+5^5=1024+3125=4149	59049-32769=36280 59049-16839=42210 59049-8019=51030 59049-4149=54900	36280
…0	0	0	100000	1^5+9^5=1+59049=59050 2^5+8^5=32+32768=32800 3^5+7^5=243+16807=17050 4^5+6^5=1024+7776=8800 5^5+5^5=3125+3125=62500	100000-59050=40950 100000-32800=67200 100000-17050=82950 100000-8800=91200 100000-6250=93750	40950

Степень $n_2 = 2 + 4m$; где $m = 1 \div \infty$; $a > c \geq b$,

$$a^{2+4m} \neq b^{2+4m} + c^{2+4m};\ \delta = a^{2+4m} - (b^{2+4m} + c^{2+4m});\ |\delta| \geq |\delta_{min}|$$

Таблица 3

Число a, b, c	ПЦЧ a, b, c	ПЦС a, b, c	a^{2+4m} b^{2+4m} c^{2+4m}	$b^{2+4m} + c^{2+4m}$	$\lvert\delta\rvert = \lvert a^{2+4m} - (b^{2+4m} + c^{2+4m})\rvert$	$\lvert\delta_{min}\rvert \leq \lvert\delta\rvert$
…1	1	1	1	$4^6+5^6=4096+15625=19721$ $5^6+6^6=15625+46656=62281$ $9^6+10^6=1531441$	1-19721=-19720 1-62281=-62280 1-1531441=-1531440	19720
…2	2	4	64	$3^6+5^6=729+15625=16354$ $5^6+7^6=15625+117649=133274$ $8^6+10^6=1262144$	64-16354=-16290 64-133274=-133210 64-1262144=-1262080	16290
…3	3	9	729	$2^6+5^6=64+15625=15689$ $5^6+8^6=15625+262144=277769$ $7^6+10^6=1117649$	729-15689=-14960 729-277769=-277040 729-1117649=-11175920	14960
…4	4	6	4096	$5^6+9^6=15625+531441=547066$ $1^6+5^6=1+15625=15626$	4096-547066=-542970 4096-15626=-11530	11530
…5	5	5	15625	$1^6+2^6=1+64=65$ $3^6+4^6=729+4096=4825$ $1^6+8^6=1+262144=262145$ $8^6+9^6=262144+531441=793585$	15625-65=15560 15625-4825=10800 15625-262145=-246520 15625-793585=-777960	10800
…6	6	6	46656	$1^6+5^6=1+15625=15626$ $5^6+9^6=15625+531441=547066$ $4^6+10^6=4096+10^6=1004096$	46656-15626=31030 46656-547066=-500410 46656-1004096=-957440	31030
…7	7	9	117649	$2^6+5^6=64+15625=15689$ $3^6+10^6=1000729$ $5^6+8^6=15625+262144=277769$	117649-15689=101960 117649-1000729=-883080 117649-277769=-160120	101960
…8	8	4	262144	$3^6+5^6=729+15625=16354$ $5^6+7^6=15625+117649=133274$ $2^6+10^6=1000064$	262144-16354=245790 262144-133274=128870 262144-1000064=-737920	128870
…9	9	1	531441	$4^6+5^6=4096+15625=19721$ $5^6+6^6=15625+46656=62281$ $1^6+10^6=1000001$	531441-19721=511720 531441-62281=46916 531441-1000001=-468560	46916
…0	0	0	10^6	$1^6+3^6=730$ $2^6+4^6=64+4096=4160$ $1^6+7^6=117650$ $4^6+8^6=4096+262144=266240$ $3^6+9^6=729+531441=532170$ $7^6+9^6=117649+531441=649090$ $6^6+8^6=46656+262144=308800$	10^6-730=999270 10^6-4160=995840 10^6-117650=882350 10^6-266240=73376 10^6-532170=467830 10^6-649090=350910 10^6-308800=691200	350910

Степень n_3; $a^{3+4m} \neq b^{3+4m}+c^{3+4m}$, n_3 =3+4*m*, где $m = 0 \div \infty$

$$a > c \geq b\ ;\ \delta = a^{3+4m} - b^{3+4m} - c^{3+4m};\ |\delta| \geq |\delta_{min}|$$

Таблица 4

Число a, b, c	ПЦЧ a, b, c	ПЦС a, b, c	a^{3+4m} b^{3+4m} c^{3+4m}	$b^{3+4m} + c^{3+4m}$	$\lvert\delta\rvert$=$\lvert a^{3+4m} - (b^{3+4m} + c^{3+4m})\rvert$	$\lvert\delta_{min}\rvert \leq \lvert\delta\rvert$
…1	1	1	1	$3^3+4^3=27+64=91$ $5^3+6^3=125+216=341$ $2^3+7^3=8+343=351$ $8^3+9^3=512+729=1241$	1-91=-90 1-341=-340 1-351=-350 1-1241=-1240	90
…2	2	8	8	$1^3+3^3=1+27=28$ $5^3+7^3=125+343=468$ $6^3+8^3=216+512=728$	8-28=-20 8-468=-460 8-728=-720	20
…3	3	7	27	$1^3+6^3=1+216=217$ $4^3+7^3=64+343=407$ $5^3 8^3=125+512=637$	27-217=-190 27-407=-380 27-637=-610	190
…4	4	4	64	$2^3+6^3=81+216=224$ $1^3+7^3=1+343=344$ $5^3+9^3=125+729=854$	64-224=-160 64-344=-280 64-854=-790	160
…5	5	5	125	$1^3+4^3=1+64=65$ $2^3+3^3=8+27=35$ $7^3+8^3=343+512=855$ $6^3+9^3=216+729$	125-65=60 125-35=90 125-855=-730 125-945=-820	60
…6	6	6	216	$1^3+5^3=1+125=126$ $4^3+8^3=64+512=576$	216-126=90 216-576=-360	90
…7	7	3	343	$2^3+5^3=8+125=133$ $3^3+6^3=27+216=243$ $4^3+9^3=64+729=793$	343-133=210 343-243=100 343-793=-450	100
…8	8	2	512	$2^3+4^3=8+64=72$ $3^3+5^3=27+125=152$ $7^3+9^3=343+729=1072$	512-72=440 512-152=360 512-1072=-560	360
…9	9	9	729	$1^3+2^3=1+8=9$ $4^3+5^3=64+125=189$ $6^3+7^3=216+343=559$ $3^3+8^3=27+512=539$	729-9=720 729-189=540 729-559=170 729-539=190	170
…0	0	0	1000	$1^3+9^3=1+729=730$ $2^3+8^3=8+512=520$ $3^3+7^3=27+343=370$ $4^3+6^3=64+216=280$ $5^3+5^3=125+125=250$	1000-730=270 1000-520=480 1000-370=630 1000-280=720 1000-250=750	270

Степень $n_4 = 4 + 4m$, где $m = 0 \div \infty$; $a > c \geq b$; $a^{4+4m} \neq b^{4+4m}$+c^{4+4m}

$\delta = a^{4+4m}$-b^{4+4m}-c^{4+4m}; $\lvert\delta\rvert \geq \lvert\delta_{min}\rvert$

Таблица 5

Число a, b, c	ПЦЧ a, b, c	ПЦС a, b, c	a^{4+4m} b^{4+4m} c^{4+4m}	$b^{4+4m} + c^{4+4m}$	$\lvert\delta\rvert$=$\lvert a^{4+4m} - (b^{4+4m} + c^{3+4m})\rvert$	$\lvert\delta_{min}\rvert \leq \lvert\delta\rvert$
…1	1	1	1	$2^4+5^4=16+625=641$ $4^4+5^4=256+625=881$ $5^4+6^4=625+1296=1921$ $5^4+8^4=625+4096=4721$	1-641=-640 11-881=-880 1-1921=-1920 1-4721=-4720	640
…2	2	6	16	$1^4+5^4=1+625=626$ $5^4+7^4=625+2401=3026$ $5^4+9^4=625+6561=7186$	16-626=-610 16-3026=-3010 16-7186=-7170	610
…3	3	1	81	$1^4+10^4=1+10^4=1001$	81-1001=-920	

				$4^4+5^4=256+625=881$ $5^4+6^4=625+1296=1921$ $7^4+10^4=2401+10000=12401$ $5^4+8^4=625+4096=4721$ $9^4+10^4=6561+10^4=16561$	81-881=-800 81-1921=-1840 81-12401=-12320 81-4721=-4640 81-16561=-16480	800
…4	4	6	256	$1^4+5^4=1+625=626$ $2^4+10^4=16+10^4=10016$ $3^4+5^4=81+625=706$ $5^4+7^4=625+2401=3026$ $5^4+9^4=625+6561=7186$ $4^4+10^4=256+10^4=10256$	256-626=-370 256-10016=-9760 256-706=-450 256-3026=-2770 256-7186=-6930 256-10256=-10000	370
…5	5	5	625	$5^4+10^4=625+10000=10625$	625-10625=-10000	10000
…6	6	6	1296	$3^4+5^4=81+625=706$ $5^4+9^4=625\text{-}6561=7186$ $4^4+10^4=256+10^4=10256$ $8^4+10^4=4096+10^4=14096$	1296-706=590 1296-7186=-5890 1296-10256=-8960 1296-14096=-12800	590
…7	7	1	2401	$2^4+5^4=625+16=641$ $4^4+5^4=256+625=841$ $1^4+10^4=10001$ $3^4+10^4=81+10^4=10081$	2401-641=1760 2401-841=1560 2401-10001=-7600 2401-10081=-7680	1560
…8	8	6	4096	$5^4+7^4=625+2401=3026$ $3^4+5^4=81+625=706$ $1^4+5^4=1+625=626$ $5^4+9^4=625+6561=7186$ $6^4+10^4=1296+10^4=11296$ $2^4+10^4=16+10^4=10016$	4096-3026=1070 4096-706=3390 4096-626=3470 4096-7186=-3090 4096-11296=-7200 4096-10016=-5920	1070
…9	9	1	6561	$2^4+5^4=16+625=641$ $4^4+5^4=256+625=881$ $5^4+8^4=625+4096=4721$ $9^4+10^4=6561+10^4=16561$	6561-641=5920 6561-881=5720 6561-4721=1840 6561-16561=-10000	1840
…0	0	0	10000	$2\cdot5^4=2\cdot625=1250$	10000-1250=8750	

Обобщенная таблица чисел при одинаковых значениях последних цифр и минимальной разницей между числами a^nи $(b^n + c^n)$ по анализу табл. 1÷ 5.

Таблица 6

Формулы n_1=1+4m, где $m = 1,2 \dots \div \infty$. $a > c \geq b$; $\lvert\delta\rvert = \lvert\delta_{min}\rvert$; $\delta_{min} = a^{n_1} -$ $-(b^{n_1} + c^{n_1})$; $0 < a \leq \infty$		Формулы n_2=2+4m, где $m = 1,2,3 \dots \div \infty$. $a > c \geq b$; $\lvert\delta\rvert = \lvert\delta_{min}\rvert$; $\delta_{min} = a^{n_2} -$ $-(b^{n_2} + c^{n_2})$; $0 < a \leq \infty$	
№ п/п	$a^{n_1} \neq b^{n_1}+c^{n_1}$	№ п/п	$a^{n_2} \neq b^{n_2}+c^{n_2}$
1	$\dots 1^{n_1} \neq \cdots 1^{n_1} + \cdots 0^{n_1}$	1	$\dots 1^{n_2} \neq 9^{n_2} + \dots 0^{n_2}$
2	$\dots 2^{n_1} \neq \cdots 1^{n_1} + \cdots 1^{n_1}$	2	$\dots 2^{n_2} \neq 8^{n_2} + \cdots 0^{n_2}$
3	$\dots 3^{n_1} \neq \cdots 1^{n_1} + \cdots 2^{n_1}$	3	$\dots 3^{n_2} \neq 7^{n_2} + \cdots 0^{n_2}$
4	$\dots 4^{n_1} \neq \cdots 1^{n_1} + \cdots 3^{n_1}$	4	$\dots 4^{n_2} \neq 6^{n_2} + \dots 0^{n_2}$
5	$\dots 5^{n_1} \neq \cdots 1^{n_1} + \cdots 4^{n_1}$	5	$\dots 5^{n_2} \neq 3^{n_2} + \cdots 4^{n_2}$
6	$\dots 6^{n_1} \neq \cdots 1^{n_1} + \cdots 5^{n_1}$	6	$\dots 6^{n_2} \neq 1^{n_2} + \dots 5^{n_2}$
7	$\dots 7^{n_1} \neq \cdots 1^{n_1} + \cdots 6^{n_1}$	7	$\dots 7^{n_2} \neq 2^{n_2} + \cdots 5^{n_2}$
8	$\dots 8^{n_1} \neq \cdots 1^{n_1} + \cdots 7^{n_1}$	8	$\dots 8^{n_2} \neq 5^{n_2} + \cdots 7^{n_2}$
9	$\dots 9^{n_1} \neq \cdots 1^{n_1} + \cdots 8^{n_1}$	9	$\dots 9^{n_2} \neq 5^{n_2} + \cdots 6^{n_2}$
10	$\dots 0^{n_1} \neq \cdots 1^{n_1} + \cdots 9^{n_1}$	10	$\dots 0^{n_2} \neq 7^{n_2} + \dots 9^{n_2}$
Формулы n_3=3+4m, где $m = 0,1,2 \dots \div \infty$. $a > c \geq b$; $\lvert\delta\rvert = \lvert\delta_{min}\rvert$; $\delta_{min} = a^{n_3} -$ $-(b^{n_3} + c^{n_3})$; $0 < a \leq \infty$		Формулы n_4=4+4m, где $m = 0,1,2 \dots \div \infty$. $a > c \geq b$; $\lvert\delta\rvert = \lvert\delta_{min}\rvert$; $\delta_{min} = a^{n_4} -$ $-(b^{n_4} + c^{n_4})$; $0 < a \leq \infty$	
№	$a^{n_3} \neq b^{n_3}+c^{n_3}$	№	$a^{n_4} \neq b^{n_4}+c^{n_4}$

п/п		п/п	
1	$\ldots 1^{n_3} \neq \cdots 3^{n_3} + \cdots 4^{n_3}$	1	$\ldots 1^{n_4} \neq \cdots 2^{n_4} + \cdots 5^{n_4}$
2	$\ldots 2^{n_3} \neq \cdots 1^{n_3} + \cdots 3^{n_3}$	2	$\ldots 2^{n_4} \neq \cdots 1^{n_4} + \cdots 5^{n_4}$
3	$\ldots 3^{n_3} \neq \cdots 1^{n_3} + \cdots 6^{n_3}$	3	$\ldots 3^{n_4} \neq \cdots 4^{n_4} + \cdots 5^{n_4}$
4	$\ldots 4^{n_3} \neq \cdots 2^{n_3} + \cdots 6^{n_3}$	4	$\ldots 4^{n_4} \neq \cdots 1^{n_4} + \cdots 5^{n_4}$
5	$\ldots 5^{n_3} \neq \cdots 1^{n_3} + \cdots 4^{n_3}$	5	$\ldots 5^{n_4} \neq \cdots 5^{n_4} + \cdots 0^{n_4}$
6	$\ldots 6^{n_3} \neq \cdots 1^{n_3} + \cdots 5^{n_3}$	6	$\ldots 6^{n_4} \neq \cdots 3^{n_4} + \cdots 5^{n_4}$
7	$\ldots 7^{n_3} \neq \cdots 3^{n_3} + \cdots 6^{n_3}$	7	$\ldots 7^{n_4} \neq \cdots 4^{n_4} + \cdots 5^{n_4}$
8	$\ldots 8^{n_3} \neq \cdots 3^{n_3} + \cdots 5^{n_3}$	8	$\ldots 8^{n_4} \neq \cdots 7^{n_4} + \cdots 5^{n_4}$
9	$\ldots 9^{n_3} \neq \cdots 6^{n_3} + \cdots 7^{n_3}$	9	$\ldots 9^{n_4} \neq \cdots 8^{n_4} + \cdots 5^{n_4}$
10	$\ldots 0^{n_3} \neq \cdots 1^{n_3} + \cdots 9^{n_3}$	10	$\ldots 0^{n_4} \neq \cdots 5^{n_4} + \cdots 5^{n_4}$

Условные обозначения:

ПЦЧ – последняя цифра числа;

ПЦС – последняя цифра степени.

Список литературы

1. Манин Ю.И., Панчишкин. Введение в современную теорию чисел. – М.:МЦНМО, 2009. – 550 с.

2. Наварро Хоакин. Неуловимые идеи и вечные теоремы. Великие задачи математики. – М.: Де Агостини, 2014 – с. 84-160.

3. Виолан-и-Хольц, Альберт. – М.: Де Агостини, 2014. – 151 с.

4. Luis Alvarez. Самая сложная задача в мире. Ферма. Великая теорема Ферма // Наука, Величайшие теории. – М.: Де Агостини, 2015. – 160 с.

5. Wiles Andrew. Modular elliptic, curves and Fermat's last theorem. Annals of Mathematics. 1995. 141 (3): 443 – 551.

6. Taylor Richard, Wiles Andrew. Ring theoretic propertics of centain Hecke aldebras. Annls of Mathematics. 1995. 141 (3): 553-572.